二元肥料效应方程中的特殊关系及其应当注意的问题①

赵定国

(上海市农业科学院环境科学研究所,201106)

摘 要

在常用的二元二次和二元平方根效应方程中,存在$R=2\omega-\omega^{2}$ 和 $\omega=\omega^{0.5}-\omega$ 关系。R为增产率,表示增产量占最高增产量的百分值;ω 为增产配肥率,表示施肥量占最高增产量时施肥量的百分值。按这二个关系式计算出的推荐施肥量,可以比通常直接应用二元肥效方程计算的推荐施肥量减少20%以上。这个新概念及其应用,对于提高肥料利用率和降低肥料对环境的污染有重大意义和实用价值。

关键词 增产率 配肥率 适宜施肥量 二元肥效方程

使用肥料效应方程是确定经济合理施肥量的科学而有效的方法,被联合国粮农组织(FAO)所推荐[1,4,13],是农业经济学的世界名著《农业生产函数》[12](Earl O.Heady, John L. Dillon, 1961)采用的主要函数式,我国已广泛采用[2,3,5,6,7,11]。

我国除了采用一元肥料效应方程外,二元及多元肥料效应方程也已普遍运用。本文提出和证明二元肥料效应方程中存在的特殊关系,旨在引起研究肥料效应时的注意。

一、二元二次肥料效应方程中存在的特殊关系

在二元二次肥料效应方程中存在$R=2\omega-\omega^{2}/100$关系(以下称公式I),R表示增产量$\hat{Y}_1$($\hat{Y}_1=Y-B_0$)占最高增产量$\hat{Y}_{1max}$的百分值$\hat{Y}\cdot 100/\hat{Y}_{1max}$,称增产率;ω 表示相应的施肥量$X_1$、$X_2$占$\hat{Y}_{1max}$时施肥量$X_{1m}$、$X_{2m}$的百分值,$\omega=X_1\cdot 100/X_{1m}=X_2\cdot 100/X_{2m}$,称配肥率。该关系表明:在二元二次肥料效应方程中,因变量Y在最大值附近的微小变化,将引起自变量的显著变化;这种变化,可以作为确定施肥量范围的一个重要依据。

(一)公式 I 关系存在的数学推导

在$Y_1=B_0+B_1X_1+B_2X_1^2+B_3X_2+B_4X_2^2+B_5X_1X_2$中($B_2$、$B_4<0$)

$\hat{Y}_1=Y_1-B_0$,X_{1m}、X_{2m}分别为$\hat{Y}_{1max}$时的X_1、X_2值

$$令\begin{cases}\hat{Y}'_{1x1}=0\\ \hat{Y}'_{1x2}=0\end{cases}\qquad 解\begin{cases}B_1+2B_2X_1+B_5X_2=0\\ B_3+2B_4X_2+B_5X_1=0\end{cases}$$

① 本项工作得到奚振邦、姚乃华研究员的支持和徐崇敬副研究员的帮助,在此谨致谢意。
收稿日期:1996-02-05

得$X_{1m}=(2B_1B_4-B_3B_5)/D$，$X_{2m}=(2B_2B_3-B_1B_5)/D$，

$D=B_5^2-4B_2B_4$，代入$\hat{Y}_1$得$\hat{Y}_{1max}=(B_1^2+B_2B_3^2-B_1B_3B_5)/D$

设$Y_1=R\cdot\hat{Y}_{1max}$，$X_1=\omega\cdot X_{1m}/100$，$X_2=\omega\cdot X_{2m}/100$

代入$\hat{Y}_1$，整理得$R=2\omega-\omega^2/100$

(二)公式Ⅰ关系的特征值

从表1可以看出，当最高增产量减少1%时(R=99)，施肥量比最高增产量的施肥量可以减少10%(ω=90)；当增量允许减少4%时，施肥量可以减少到80%。

表 1　二元二次肥效方程R.ω 关系的特征值

Table 1　The characteristic value of the relation of R and ω in the square function of the fertilizer effect

$100\cdot\hat{Y}_1/\hat{Y}_{1max}=R$		100	99	96	91	84	75	64	…	0
$100\cdot X_1/X_{1m}=100\cdot X_2/X_{2m}=\omega$	≤100	100	90	80	70	60	50	40	…	0
	≥100	100	110	120	130	140	150	160	…	0

二、二元平方根肥料效应方程中存在的特殊关系

在二元平方根肥效方程中存中$R=20\omega^{0.5}-\omega$关系，(称公式Ⅱ)。R表示增产量$\hat{Y}_2$($\hat{Y}_2=Y_2-B_0$)占最高增产量$\hat{Y}_{2max}$的百分值$\hat{Y}_2\cdot100/\hat{Y}_{2max}$，称增产率；ω表示相应的施肥量为$X_1$、$X_2$占$\hat{Y}_{2max}$时施肥量$X_{1m}$、$X_{2m}$的百分值，$\omega=X_1\cdot100/X_{1m}=X_2\cdot100/X_{2m}$，称配肥率。该关系表明：在二元平方根肥料效应方程中，施肥量达到一定数量后，施肥量在较大范围内变化时，对增产量影响很小。

(一)公式Ⅱ关系的数学推导

在$Y_2=B_0+B_1X_1^{0.5}+B_2X_1+B_3X_2^{0.5}+B_4X_2+B_5X_1^{0.5}X_2^{0.5}$中($B_1$、$B_3>0$，$B_2$、$B_4<0$)……(1)

设$\hat{Y}_2=Y_2-B_0$，即$\hat{Y}_2=B_1X_1^{0.5}+B_2X_1+B_3X_2^{0.5}+B_4X_2+B_5X_1X_2$……(2)

令$\hat{Y}'_2=0$，求$\hat{Y}'_{x1}$和$\hat{Y}'_{x2}$

$$\text{解}\begin{cases}0.5B_1X_1^{-0.5}+B_2+0.5B_5X_1^{-0.5}X_2^{0.5}=0\\0.5B_3X_2^{-0.5}+B_4+0.5B_5X_1^{0.5}X_2^{-0.5}=0\end{cases}$$

得$X_1=(2B_1B_4-B_3B_5)^2D^{-2}=X_{1m}$，$X_2=(2B_2B_3-B_1B_5)^2D^{-2}=X_{2m}$

$D=B_5^2-4B_2B_4$，代入(2)式，有$\hat{Y}_{2max}=(B_1^2B_4+B_2B_3^2-B_1B_3B_5)D^{-1}$

设$\omega_1=100X_1/X_{1m}$，$\omega_2=100X_2/X_{2m}$，$R=100\hat{Y}_2/\hat{Y}_{2max}$

则$X_1=\omega_1X_{1m}/100$，$X_2=\omega_2X_{2m}/100$，$\hat{Y}_2=R\hat{Y}_{2max}/100$

代入(2)式，当$\omega_1=\omega_2$时，

整理得$R=20\omega^{0.5}-\omega$

(二)公式Ⅱ关系的特征值

从表2可以看出，当最高增产量减少1%时(R=99)，施肥量比最高增产量的施肥量可以减少19%(ω=81)；当增产量允许减少4%时，施肥量可以减少到64%。

可见，公式Ⅱ关系比公式Ⅰ关系所显示出的高产范围施肥量的变化对产量的影响更小。

参 考 文 献

1 中国农业科学院土肥所,1985:PC—1500袖珍机土壤肥料专门程序和通用数理统计、数值计算程序包。
2 毛达如等,1991:推荐施肥技术中施肥模型与试验设计的研究。土壤通报,22(5)。
3 农业部、国家科委、国家教委、林业部、中国农业银行、农科教统筹与协调指导小组,1990:配方施肥。农业出版社。
4 刘光崧等,1991:大面积经济施肥的建模与施肥推荐研究。土壤,第1期。
5 刘昌智等,1989:油菜氮磷钾肥配合施用的研究。国际平衡施肥学术讨论会论文集,农业出版社,215~220。
6 李仁岗,1987:肥料效应函数。农业出版社。
7 杨守春,1989:黄淮海平原小麦施肥模式及最佳氮磷施用量的研究。国际平衡施肥学术讨论会论文集,农业出版社,283~287。
8 赵定国,1992:试论肥效方程$Y=a+bx+cx^2$中的$R=100-[(100-\omega/10)]^2$恒等关系及其应用。上海农业学报,8(2):47~50。
9 赵定国,候云霞,1994:使用肥料效应方程应当注意的问题。土壤通报25(2):49~52。
10 赵定国,胡德仁,1995:二元二次肥效函数中的$R=2\omega-\omega^2/100$关系及其应用。上海农学院学报,13(1):41~46。
11 姚炳贵等,1989:天津市主要类型土壤氮磷钾化肥经济合理用量和适宜配比研究。中国化肥使用研究,北京科学技术出版社,34~41。
12 (美)厄尔·O·黑迪,(澳)约翰·L·狄龙著(沈达尊等译),1991:农业生产函数。农业出版社。
13 Andre, Guinard(臧惠林译),1985:根据肥料反应曲线和曲面方程制定最佳经济施肥量。土壤学进展,第4期。

STUDY ON THE CONSTANT EQUAL RELATIONS AND THEIR QUESTIONS IN DUALITY FUNCTION OF THE FERTILIZER

Zhao Dingguo

(Environmental Science Research Institute, Shanghai AAS 201106)

Summary

The constant equal relation $R=2\omega-\omega^2/100$ and $R=20\omega^{0.5}-\omega$ were discovered in the commonly used duality function of the fertilizer effect. In above mentioned constant equal formula R is production incresing rate which represents the percentage of increased production and maximum increased production, ω is the proper fertlizer ratio which represents the percentage of fertilizer application amount for maximum increased production. According to above mentioned constant equal relation, the introduced fertilizer application amount could be reduced 20% compared with the introduced fertilizer application amount calculated directly with the duality function on the fertilizer effect. The application of this new concept is vrey important for increasing the fertlizer application effect and reducing the pollution caused by fertilizer to the environment.

Key words Production increasing rate Fertilizer application ratio Proper fertilization amount Duality function of fertilizer effect.

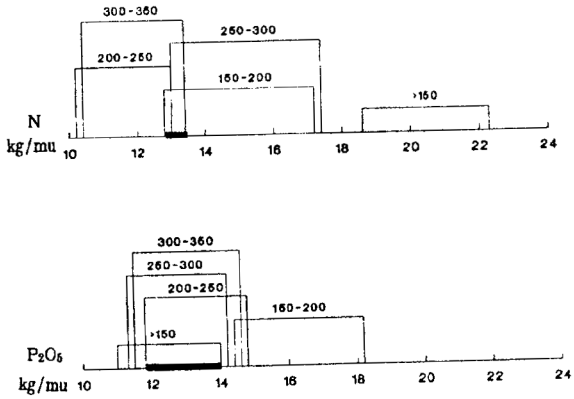

图1 不同小麦基础产量下氮磷肥适宜用量

Fig. 1 Proper nitrogen and phosphate fertilizer application amount for wheat on different production basis

图1所示，两根数轴同上的共同交会段，可以考虑作为这个地区能取得高产的推荐施肥量。图上的N13kg/mu、$P_2O_5$12kg/mu，是可以使整个地区大部分田块达到高单产的范围。没有落在共同段内的，说明不同地力的农田，同一作物高产所需的施肥量差异较大。

四、讨　论

人们往往把利润最高时的施肥量称为最佳施肥量。在使用二元二次肥料效应方程时，引入肥料和农产品的单价，建立利润方程 $L = P_y\hat{Y} - (P_{x1}X_1 + P_{x2}X_2)$，整理得$L = (B_1P_y - P_{x1})X_1 + P_yB_2X_1^2 + (B_3P_y - P_{x2})X_2 + P_yB_4X_2^2 + P_yB_5X_1X_2$。当设$B_1' = (B_1P_y - P_{x1})$，$B_2' = P_yB_2$，$B_3' = (B_3P_y - P_{x2})$，$B_4' = P_yB_4$，$B_5' = P_yB_5$时，$L = B_1'X_1 + B_2'X_1^2 + B_3'X_2 + B_4'X_2^2 + B_5'X_1X_2$（L：因增产所得利润估计值，$X_1$、$X_2$：肥料用量，$P_{x1}$、$P_{x2}$：肥料单价，$P_y$：农产品单价）。显然L与$\hat{Y}_1$是同类方程，其同样存在$R = 2\omega - \omega^2/100$关系（公式Ⅰ），只是这里的$R = L \cdot 100/L_{max}$，R在这里可以称为增利率。

同理，使用二元平方根肥料效应方程时，可证明其利润方程与原方程是同类方程，其同样存在$R = 20\omega^{0.5} - \omega$（公式Ⅱ）关系。

公式Ⅰ和公式Ⅱ明显地反映出：在接近最高增产量（或最大利润）点的周围有一个很大的最佳施肥量平台，减少和增加施肥量对产量（或利润）影响不大。公式Ⅰ和公式Ⅱ关系亦存在于多元肥料效应方程中。

二个公式关系的存在，定量地反映了二个常用肥效方程的特性。但不管哪个方程都表明：如果肥料与产量之间确实存在这二个肥料效应关系的话，那么施肥量比最高产量的施肥量减少20%～30%，对产量影响甚微。如此，可以大大减少施肥量，不仅可以达到高产水平，亦可节约肥料成本，而且可以大大提高肥料利用率，减少大量施用肥料的面源污染问题。所以，我们应当进一步深入研究建立肥效方程的充分和必要条件以及肥效方程适用范围，这样才能使这种科学推荐施肥量的方法充分为农业生产服务。

参 考 文 献

1 中国农业科学院土肥所,1985:PC—1500袖珍机土壤肥料专门程序和通用数理统计、数值计算程序包。
2 毛达如等,1991:推荐施肥技术中施肥模型与试验设计的研究。土壤通报,22(5)。
3 农业部、国家科委、国家教委、林业部、中国农业银行、农科教统筹与协调指导小组,1990:配方施肥。农业出版社。
4 刘光崧等,1991:大面积经济施肥的建模与施肥推荐研究。土壤,第1期。
5 刘昌智等,1989:油菜氮磷钾肥配合施用的研究。国际平衡施肥学术讨论会论文集,农业出版社,215~220。
6 李仁岗,1987:肥料效应函数。农业出版社。
7 杨守春,1989:黄淮海平原小麦施肥模式及最佳氮磷施用量的研究。国际平衡施肥学术讨论会论文集,农业出版社,283~287。
8 赵定国,1992:试论肥效方程$Y=a+bx+cx^2$中的$R=100-[(100-\omega/10)]^2$恒等关系及其应用。上海农业学报,8(2):47~50。
9 赵定国,候云霞,1994:使用肥料效应方程应当注意的问题。土壤通报25(2):49~52。
10 赵定国,胡德仁,1995:二元二次肥效函数中的$R=2\omega-\omega^2/100$关系及其应用。上海农学院学报,13(1):41~46。
11 姚炳贵等,1989:天津市主要类型土壤氮磷钾化肥经济合理用量和适宜配比研究。中国化肥使用研究,北京科学技术出版社,34~41。
12 (美)厄尔·O·黑迪,(澳)约翰·L·狄龙著(沈达尊等译),1991:农业生产函数。农业出版社。
13 Andre, Guinard(臧惠林译),1985:根据肥料反应曲线和曲面方程制定最佳经济施肥量。土壤学进展,第4期。

STUDY ON THE CONSTANT EQUAL RELATIONS AND THEIR QUESTIONS IN DUALITY FUNCTION OF THE FERTILIZER

Zhao Dingguo

(Environmental Science Research Institute, Shanghai AAS 201106)

Summary

The constant equal relation $R=2\omega-\omega^2/100$ and $R=20\omega^{0.5}-\omega$ were discovered in the commonly used duality function of the fertilizer effect. In above mentioned constant equal formula R is production incresing rate which represents the percentage of increased production and maximum increased production, ω is the proper fertlizer ratio which represents the percentage of fertilizer application amount for maximum increased production. According to above mentioned constant equal relation, the introduced fertilizer application amount could be reduced 20% compared with the introduced fertilizer application amount calculated directly with the duality function on the fertilizer effect. The application of this new concept is vrey important for increasing the fertlizer application effect and reducing the pollution caused by fertilizer to the environment.

Key words Production increasing rate Fertilizer application ratio Proper fertilization amount Duality function of fertilizer effect.